

УДК 669

Савинов А.С., Тютряков Н.Ш., Залилов Р.В., Рудь К.И.

ФОРМИРОВАНИЕ ТЕРМИЧЕСКИХ НАПРЯЖЕНИЙ В ПЛОСКОЙ СТЕНКЕ ОТЛИВКИ

Аннотация. В работе рассмотрен вопрос о формировании напряженно-деформированного состояния (НДС) стенки отливки, приводящего к браку по холодным и горячим трещинам. Рассмотрено формирование НДС при температурном перепаде по сечению стенки отливки после полного ее затвердевания. Проведено математическое и физическое моделирование процессов термонапряженного состояния на материалах с низкой теплопроводностью из силикатного стекла. Такой подбор материалов позволил получить критические термические напряжения, приводящие к разрушению под действием теплового удара. В работе определено поле деформаций, возникающих при температурном перепаде, в момент разрушения исследуемого образца. Проведенный в соответствии с физическим экспериментом теоретический расчет позволил произвести количественную оценку изменения напряжений по сечению стенки во времени. Определена и графически представлена динамика изменения главных напряжений и их результирующих, полученных по четвертой теории прочности, что позволит определить условия нарушения сплошности материала применительно к стенке отливки.

Ключевые слова: отливка, плоская стенка, термические напряжения, температурные деформации, математическое моделирование.

Горячие трещины в отливках образуются в интервале кристаллизации литейных сплавов и являются следствием неравномерности температурных полей [1]. Температурные напряжения являются одним из компонентов напряженно-деформированного состояния системы «отливка-форма» в процессе ее формирования и охлаждения. Для анализа возникающих напряжений необходима математическая количественная оценка температурных деформаций по сечению стенки отливки. Кроме того, создание математического аппарата определения максимальных температурных деформаций, при сопоставлении их с критическими, также может служить для оценки прочности детали при тепловых ударах, что особенно актуально для хрупких материалов (чугуны, петруггическое литье, ситаллы и др.).

Рассмотрим температурные деформации, возникающие в сплошной пластине при ее охлаждении (рис. 1). Для чего разобьем пластину толщиной δ на ряд слоев толщиной h и обозначим границы полученных слоев как $i=[1 \dots N], [N+1 \dots K]$ [2]. В процессе решения поставленной задачи будем определять деформацию границы $i=N$ [3, 4].

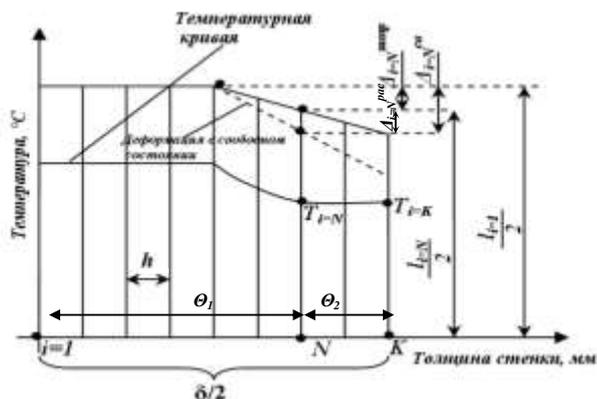


Рис. 1. Расчетная схема к задаче о температурных деформациях в плоской симметричной пластине

Для проверки адекватности представленной модели был проведен следующий эксперимент (рис. 2) [5]. Пластины из силикатного стекла размерами $100 \times 100 \times 4$ мм помещали в муфельную печь СНОЛ-1.6.2.5.1.11-43 с температурой, значительно превышающей температуру окружающей среды. После тридцатиминутной выдержки пластину опускали в воду, имеющую комнатную температуру. Нагрев образцов осуществляли в температурном интервале $50-150^\circ\text{C}$, последовательно сужая исследуемый интервал. В ходе многочисленных экспериментов при температурах $82-85^\circ\text{C}$ получили устойчивое образование трещины на поверхности образца.

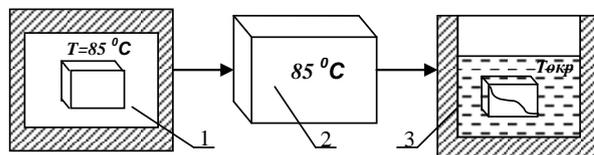


Рис. 2. Схема проведения эксперимента:
1 – муфельная печь; 2 – образец;
3 – емкость с охлаждающей средой

Исходя из полученных данных, был произведен расчет теплового поля исследуемого образца при следующих начальных условиях:

$$\tau = 0; 0 \leq x \leq L; T_{\text{нач}} = 84^\circ\text{C}.$$

Решение линейного одномерного уравнения теплопроводности

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial \tau} = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}, \quad 0 < x < L, \quad (1)$$

где ρ, c, λ – плотность, теплоемкость и теплопроводность изучаемого объекта;

T – температура;

x, τ – текущая координата и временной интервал,

осуществляли методом конечных разностей с использованием граничного условия I рода:

$$x=0: T_d=T_{окр}; \tau>0;$$

$$x=L: T_n=T_{окр}; \tau>0.$$

Использование полученного теплового поля позволило получить критическую относительную деформацию, при которой произошло разрушение $\varepsilon = 0,000273$ ед. Полученные результаты подтверждены опытным путем при разрушении пластины силикатного стекла под действием изгибающей нагрузки [6]. Критические деформации, полученные различными методами, представлены в табл. 1.

Таблица 1

Сравнение значений механических характеристик пластины из силикатного стекла, полученных различными методами

Предел прочности σ_B , МПа	Модуль продольной упругости E , МПа	Критическая деформация ε_B , ед., по выражению	Критическая деформация ε_B , ед., по выражению
38,58	102588,5	0,000376	0,000273

Динамика изменения деформационного поля во времени показана на рис. 3. Исходя из расчетов, критические деформации были получены на поверхности образца. Такой характер изменения в динамике критических деформаций при температурном перепаде (см. рис. 3) подтверждается и данными других авторов [1, 7].

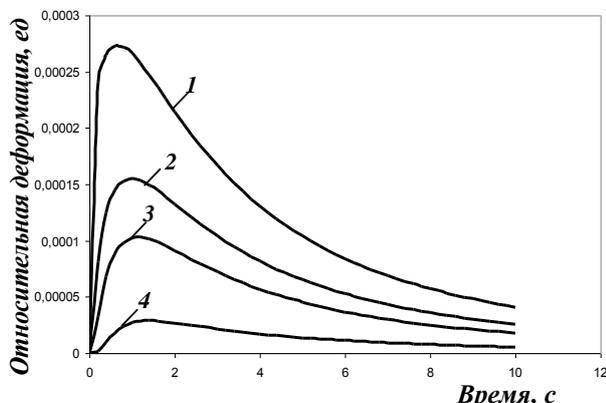


Рис. 3. Распределение растягивающих температурных деформаций:

1 – поверхность; 2 – на расстоянии 1,7 мм от центра стенки; 3 – 1,5 мм; 4 – 1 мм

Было установлено, что значения критических деформаций, полученных экспериментально и с использованием предложенного математического аппарата, достаточно близки. Некоторое отклонение между ними связано с тем, что эксперименты проводили при различных температурах, а значение теплового поля силикатного стекла было получено при использовании справочных величин теплофизических характеристик.

В целом значения критических деформаций, полученные двумя разными способами, сопоставимы и достаточно близки в абсолютном выражении, а следовательно, данная методика может быть использована для инженерных расчетов по определению температурных деформаций в плоской стенке отливки.

Определив температурные деформации по сечению стенки отливки, рассмотрим возникающие при температурном деформировании напряжения в каком-либо слое, очерченном границами $i, i+1$ (рис. 4). Пусть в первоначальный момент времени границы данного слоя не деформированы (температура по сечению стенки постоянна). Вырежем из данного слоя квадратный элемент со стороной h (рис. 4, а) [8].

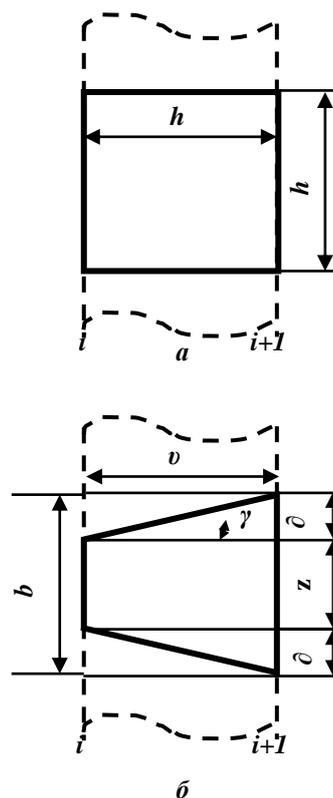


Рис. 4. Схема к расчету напряженного состояния

При охлаждении элемента на величину $\Delta T_{эл}$, определяемую как

$$\Delta T_{эл} = T_{нач} - \frac{T_i + T_{i+1}}{2}, \quad (2)$$

произойдет изменение размеров элемента до v (рис. 4, б).

$$v = (1 - \alpha \Delta T_{эл}) h, \quad (3)$$

где α – коэффициент термического расширения, $^{\circ}\text{C}$.

Однако при учете взаимовлияния слоев, описанного выше, грани, лежащие на границах $i, i+1$, изменятся до размеров b и z соответственно и будут найдены как

$$b = h\alpha\Delta T_{эл} (1 + \varepsilon_i), \quad (4)$$

$$z = h\alpha\Delta T_{эл} (1 + \varepsilon_{i+1}). \quad (5)$$

Деформация вертикальных граней элемента различна и отличается на величину абсолютного отклонения 2δ . Определим это отклонение как

$$2\delta = z - b. \quad (6)$$

Или, подставив выражения (4), (5) в выражение (6), получим

$$2\delta = \frac{h\alpha\Delta T_{эл}}{2} (\varepsilon_{i+1} - \varepsilon_i). \quad (7)$$

Образующийся при деформации угол сдвига γ (см. рис. 4, б) вычислим как

$$\operatorname{tg}\gamma = \delta / \nu. \quad (8)$$

Подставив выражения (2), (3) в выражение (6), получим величину угла сдвига γ :

$$\gamma = \operatorname{arctg} \frac{\varepsilon_{i+1} - \varepsilon_i}{2}. \quad (9)$$

На основании источника [10] касательные напряжения τ определяют как

$$\tau = G(t)\gamma, \quad (10)$$

где $G(t)$ – температурная зависимость модуля упругости II рода (модуля сдвига), МПа.

Следует отметить, при температурах образования горячих трещин в стенке отливки упругие деформации значительно выше пластических [11]. Следовательно, данную формулу в первом приближении можно использовать для определения касательных напряжений.

Подставив выражение (9) в равенство (10), получим значения термических касательных напряжений $\tau_{терм}$:

$$\tau_{терм} = G(t)\operatorname{arctg} \frac{\varepsilon_{i+1} - \varepsilon_i}{2}. \quad (11)$$

В случае если температурная зависимость модуля сдвига для материала неизвестна, то полученные касательные напряжения можно выразить через температурные зависимости модуля Юнга [11]:

$$\tau_{терм} = \frac{E(t)}{2(1 + \mu)} \operatorname{arctg} \frac{\varepsilon_{i+1} - \varepsilon_i}{2}, \quad (12)$$

где μ – коэффициент Пуассона материала, ед.

Таким образом, полученные выражения позволяют определять поле термических напряжений по сечению стенки отливки [12].

Определим, используя формулу (12) и закон Гука, поле возникающих термических напряжений для плоской стенки силикатного стекла (рис. 5), соответствующее полю температурных деформаций, показанному на рис. 3.

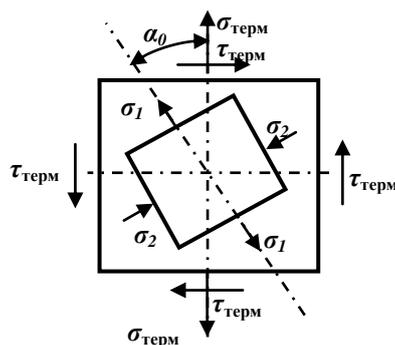


Рис. 5. Схема к расчету главных напряжений

При расчете коэффициент Пуассона принят равным $\mu=0,25$. Возникающие от термического удара нормальные напряжения определяли, используя закон Гука, по среднему значению деформации элемента как

$$\sigma_{терм} = E_i(t) \frac{(\varepsilon_i + \varepsilon_{i+1})}{2}. \quad (13)$$

При расчете напряженного состояния, вызванного температурным перепадом по сечению стенки отливки, возникает плоское напряженное состояние (рис. 5), выраженное напряжениями $\sigma_{терм}$, $\tau_{терм}$. Распределение напряжений $\sigma_{терм}$, $\tau_{терм}$ по сечению стенки во времени показано на рис. 6. Для полной оценки прочности требуется определение главных напряжений, возникающих на главных площадках, положение которых можно определить, вычислив угол поворота α_0 , для чего используют следующие выражения [11]:

$$\left. \begin{aligned} \cos 2\alpha_0 &= \pm \frac{\sigma_x - \sigma_y}{\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_x^2}} \\ \cos^2 \alpha_0 &= \frac{1}{2} \left(1 \pm \frac{\sigma_x - \sigma_y}{\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_x^2}} \right) \\ \sin^2 \alpha_0 &= \frac{1}{2} \left(1 \pm \frac{\sigma_x - \sigma_y}{\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_x^2}} \right) \\ \sin 2\alpha_0 &= \pm \frac{2\tau_x}{\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_x^2}} \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

Применив формулу значений нормальных напряжений для наклонных сечений

$$\sigma_\alpha = \sigma_x \cos^2 \alpha + \sigma_y \sin^2 \alpha + \tau_x \sin 2\alpha \quad (15)$$

и подставив в нее выражение (14), получим выражения экстремальных (главных) напряжений при плоском напряженном состоянии:

$$\sigma_1 = \sigma_{терм} + \frac{1}{2} \sqrt{\sigma_{терм}^2 + \tau_{терм}^2}; \quad (16)$$

$$\sigma_2 = \sigma_{\text{терм}} - \frac{1}{2} \sqrt{\sigma_{\text{терм}}^2 + \tau_{\text{терм}}^2} \quad (17)$$

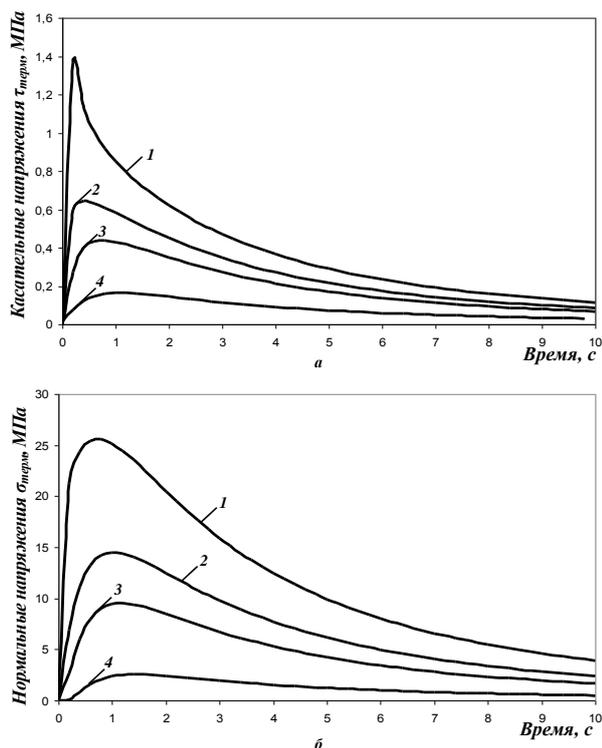


Рис. 6. Изменение касательных (а) и нормальных (б) напряжений по сечению стенки силикатного стекла во времени:

1 – поверхность; 2 – на расстоянии 1,7 мм от центра стенки; 3 – 1,5 мм; 4 – 1 мм

Используя выражения (16) и (17), определим значения главных напряжений в стенке силикатного стекла. Результаты расчета представлены на рис. 7.

Для обобщения найденных напряжений используем энергетическую (четвертую) теорию прочности [11], которая применительно к рассматриваемому случаю плоского напряженного состояния имеет следующий вид:

$$\sigma_{\text{экв}}^{\text{IV}} = \sqrt{\frac{1}{2} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + \sigma_2^2 + \sigma_1^2]} \leq [\sigma], \quad (18)$$

где $\sigma_{\text{экв}}^{\text{IV}}$ – эквивалентное напряжение по IV теории прочности, МПа;

$[\sigma]$ – допускаемое напряжение, МПа.

Учитывая, что величина напряжения σ_2 значительно меньше σ_1 , для оценки прочностных свойств, с целью упрощения расчетов, можно использовать I теорию прочности, выраженную следующим неравенством:

$$\sigma_{\text{экв}}^{\text{I}} = \sigma_1 \leq [\sigma], \quad (19)$$

где $\sigma_{\text{экв}}^{\text{I}}$ – эквивалентное напряжение по I теории прочности, МПа.

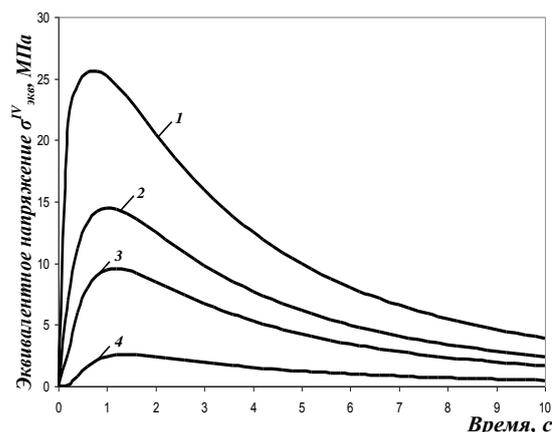


Рис. 7. Изменение эквивалентных напряжений $\sigma_{\text{экв}}^{\text{IV}}$ во времени:

1 – поверхность; 2 – на расстоянии 1,7 мм от центра стенки; 3 – 1,5 мм; 4 – 1 мм

Таким образом, выражения (18), (19) позволяют определить суммарные напряжения, возникающие при температурном перепаде в стенке отливки.

Используя выражение (18), определим эквивалентные напряжения для стенки силикатного стекла. Полученное решение отобразим графически (рис. 8).

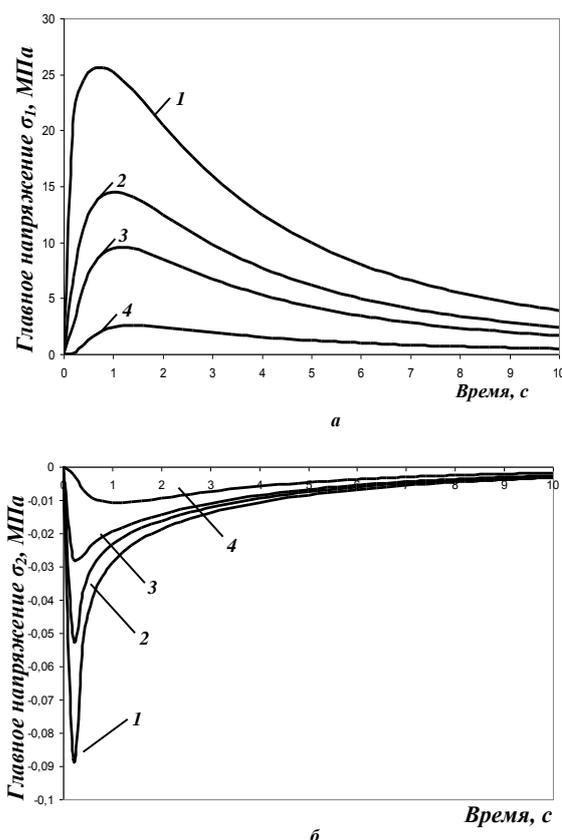


Рис. 8. Динамика изменения главных напряжений σ_1 (а) и σ_2 (б) в пластине силикатного стекла:

1 – поверхность; 2 – на расстоянии 1,7 мм от центра стенки; 3 – 1,5 мм; 4 – 1 мм

Таким образом, в результате проведенной работы получен математический аппарат, обеспечивающий оценку напряженно-деформированного состояния стенок отливки при температурном переходе по её сечению.

Вероятность представленных теоретических выкладок подтверждена результатами физического моделирования на материалах с низкой теплопроводностью.

Список литературы

1. Напряжения и прочность затвердевающего слоя отливок прокатных валков / А.Л. Рудницкий, Л.В. Гольдштейн, Р.Л. Билярчик и др. // Литейное производство. 1985. №10. С.27–28.
2. Применение разностных схем в расчете температурных напряжений при разрушении / А.С. Савинов, К.И. Шишкина, Е.А. Селиванова и др. // Современные методы конструирования и технологии металлургического производства: Междунар. сб. науч. тр. Магнитогорск: ГОУ ВПО «МГТУ», 2008. С. 47–52.
3. Савинов А.С., Дьяченко Д.Я., Фролушкина К.А. Расчет температурных деформаций при охлаждении пластины // Механическое оборудование металлургических заводов: Междунар. сб. науч. тр. Магнитогорск: ФГБОУ ВПО «МГТУ», 2012. С. 177–180.
4. Расчет температурных деформаций в алюминиевой пластине при охлаждении ее в различных условиях / А.С. Савинов, Л.Б. Долгополова, Е.А. Анисимова и др. // Литейные процессы: межрегион. сб. науч. тр. Магнитогорск: ГОУ ВПО «МГТУ», 2012. С. 89–94.
5. Экспериментальное определение критических деформаций при температурном градиенте стенки отливки / А.С. Савинов, А.С. Тубольцева, Е.А. Анисимова и др. // Современные проблемы теории машин: материалы I Международной заочной научно-практической конференции. Новокузнецк: Издательский центр СибГИУ, 2013. С. 128-131.
6. Экспериментальное определение механических свойств хрупких материалов / А.С. Савинов, Л.Б. Долгополова, Е.А. Анисимова, Е.С. Савинов // Механика и актуальные проблемы металлургического машиностроения: междунар. сб. науч. тр. Магнитогорск: Изд-во Магнитогорск. гос. техн. ун-та им. Г.И. Носова, 2014. С. 52-55.
7. Оценка температурных напряжений в затвердевающей отливке / В.А. Журавлев, З.Ф. Кильдюшева, С.К. Михайлов и др. // Литейное производство. 1972. №7. С. 21.
8. Колокольцев В.М., Савинов А.С., Ибрагимов Ф.Г. Идентификация термических напряжений при температурном градиенте в плоской стенке отливки // Сталь. 2014. №4. С. 21-24.
9. Расчет деформации литейных систем при затрудненной усадке с цилиндрическим элементом внедрения / А.С. Савинов, А.С. Тубольцева, Н.Н. Хоменко и др. // Механическое оборудование металлургических заводов: Международ. сб. науч. тр. Магнитогорск: ФГБОУ ВПО «МГТУ», 2012. С. 148–153.
10. Морозейский Л.И., Митенев О.А. Исследование отливки широких слябов в кристаллизаторы с волнистой поверхностью // Проблемы стального слитка. Физико-химические процессы кристаллизации стальных слитков. М.: Металлургия, 1967. №2. С. 439–447.
11. Дарков А.В., Шпиро Г.С. Сопrotивление материалов. М.: Высш. шк., 1975. 654 с.

Сведения об авторах

Савинов Александр Сергеевич – доктор технических наук, заведующий кафедрой механики, ФГБОУ ВО «Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова», Магнитогорск, Россия. E-mail: savinov_nis@mail.ru.

Тютеряков Наиль Шаукатович – кандидат технических наук, доцент кафедры ПиЭММО, ФГБОУ ВО «Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова», Магнитогорск, Россия. E-mail: n.tutyaryakov@magtu.ru.

Залилов Рустем Венирович – старший преподаватель кафедры ПиЭММО, ФГБОУ ВО «Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова», Магнитогорск, Россия. E-mail: zalilow74@ya.ru.

Рудь Ксения Игоревна – магистр кафедры литейных процессов и материаловедения, ФГБОУ ВО «Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова», Магнитогорск, Россия.

INFORMATION ABOUT THE PAPER IN ENGLISH

FORMATION OF THERMAL STRESSES IN THE FLAT WALL OF THE CASTING

Savinov Aleksandr S. – D.Sc. (Eng.), Associate Professor, Director of Metallurgy, Mechanical Engineering and Materials Processing Institute, Nosov Magnitogorsk State Technical University, Magnitogorsk, Russia. E-mail: savinov_nis@mail.ru

Tyuteryakov Nail Sh. – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of department of Design and operation of metallurgical machinery and equipment, Nosov Magnitogorsk State Technical University, Magnitogorsk, Russia. E-mail: n.tyuteryakov@magtu.ru.

Zalilov Rustem V. –Senior Lecturer of department of Design and operation of metallurgical machinery and equipment, Nosov Magnitogorsk State Technical University, Magnitogorsk, Russia. E-mail: zalilow74@ya.ru.

Rud Ksenia I. – Student, Nosov Magnitogorsk State Technical University, Magnitogorsk, Russia. E-mail: koks1690@mail.ru.

Annotation. *The paper considers the issue of the formation of the stress-strain state (SSS) of the casting wall, leading to rejects due to cold and hot cracks. The formation of stress-strain state at a temperature difference over the section of the casting wall after its complete solidification is considered. Mathematical and physical modeling of thermally stressed state processes on materials with low thermal conductivity from silicate glass has been carried out. Such a selection of materials made it possible to obtain critical thermal stresses leading to destruction under the influence of thermal shock. In this work, the field of deformations arising at a temperature difference at the moment of destruction of the sample under study was determined. The theoretical calculation carried out in accordance with the physical experiment made it possible to quantitatively estimate the change in stresses over the section of the wall in time. The dynamics of changes in the principal stresses and their resultant ones, obtained according to the fourth theory of strength, are determined and graphically presented, which will make it possible to determine the conditions for discontinuity of the material in relation to the casting wall.*

Keywords: casting, flat wall, thermal stresses, thermal deformations, mathematical modeling.

Ссылка на статью:

Савинов А.С., Тютеряков Н.Ш., Залилов Р.В., Рудь К.И. Формирование термических напряжений в плоской стенке отливки // Теория и технология металлургического производства. 2020. №4(35). С. 39-44.

Savinov A.S., Tyuteryakov N.Sh., Zalilov R.V., Rud K.I. Formation of thermal stresses in the flat wall of the casting. *Teoria i tehnologia metallurgiceskogo proizvodstva*. [The theory and process engineering of metallurgical production]. 2020, vol. 35, no. 4, pp. 39-44.