

# ЛИТЕЙНОЕ ПРОИЗВОДСТВО

УДК 621.746.628.4

Постникова А.С.

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЭКВИВАЛЕНТНОЙ ТЕПЛОЕМКОСТИ СТЕНКИ ОТЛИВКИ ДЛЯ РАСЧЕТА ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ ПРИ ЗАТВЕРДЕВАНИИ

**Аннотация.** Расчет температурного поля затвердевающей стенки отливки осложняется необходимостью учета в уравнении теплопроводности тепла, выделяющегося при кристаллизации. Одним из способов решения данного вопроса может быть увеличение теплоемкости затвердевающего материала таким образом, чтобы тепло, выделившееся в результате охлаждения, было равно теплу, полученному при кристаллизации стенки отливки. Применение значений эквивалентной теплоемкости в методе конечных разностей осуществляется путем использования кусочно-непрерывной функции. В результате вычислений получены кусочно-непрерывные функции, у которых среднее отклонение расчетных значений теплот кристаллизации от заданной не превышает 0,06%, следовательно, возможно использование при расчете теплоты кристаллизации в численном решении задач теплопроводности.

**Ключевые слова:** отливка, теплоемкость, теплопроводность, тепловое поле, система «отливка-форма».

Качественное определение температурного поля изделия в литейном производстве в процессе его получения дает возможность еще на стадии проектирования отливки прогнозировать ее состав и структуру, усадочные и термические напряжения, а также определять временные параметры технологического цикла изготовления детали.

При численном решении уравнения теплопроводности для расчета температурного поля затвердевающей стенки отливки необходимо учитывать тепло, выделяющееся при кристаллизации, что осложняет данный расчет. Для решения данного вопроса можно увеличить теплоемкость затвердевающего материала, чтобы тепло, которое выделяется в результате охлаждения, было равно теплу, полученному при кристаллизации стенки отливки.

Тепловой баланс затвердевающей стенки отливки может быть выражен следующим уравнением [1]:

$$dQ = dQ_{акк} + dQ_{кр} + dQ_{пер}, \quad (1)$$

где  $dQ_{акк}$  – тепло, аккумулированное отливкой, Дж;  
 $dQ_{кр}$  – теплота, выделившаяся при кристаллизации отливки, Дж;  
 $dQ_{пер}$  – теплота перегрева, Дж.

Необходимость учета в уравнении теплопроводности тепла  $dQ_{кр}$ , выделяющегося при кристаллизации, также осложняет расчет температурного поля стенки отливки при затвердевании. Для решения данной задачи можно увеличить теплоемкости затвердевающего материала, чтобы тепло, которое выделяется при охлаждении, было равно теплу, полученному при кристаллизации стенки отливки. Следовательно, тепловой баланс процесса затвердевания, отнесенный на 1 кг материала, может быть выражен следующим выражением [2, 3]:

$$\int_{T_{сол}}^{T_{ликв}} C_{доб}^{ме} dT = \omega, \quad (2)$$

где  $T_{ликв}$ ,  $T_{сол}$  – температуры ликвидус и солидус сплава соответственно, К;

$C_{доб}^{ме}$  – добавочное значение теплоемкости металла на температурном отрезке ( $T_{ликв} - T_{сол}$ ), Дж/кгК;  
 $\omega$  – теплота кристаллизации сплава, Дж/кг.

Значения теплоемкостей для сплавов, которые находятся в жидком и твердом состоянии, достаточно хорошо известны [4], однако, вопросы выбора вида функции  $C_{эkv}$  на отрезке ( $T_{сол} - T_{лик}$ ) в литературе отражены противоречиво [5]. Между тем при расчете тепловыделения, учитывая, что пространственный элемент в численном решении задачи теплопроводности имеет минимальный размер, вид функции добавочной теплоемкости в первом приближении может быть любым из представленных на рисунке.

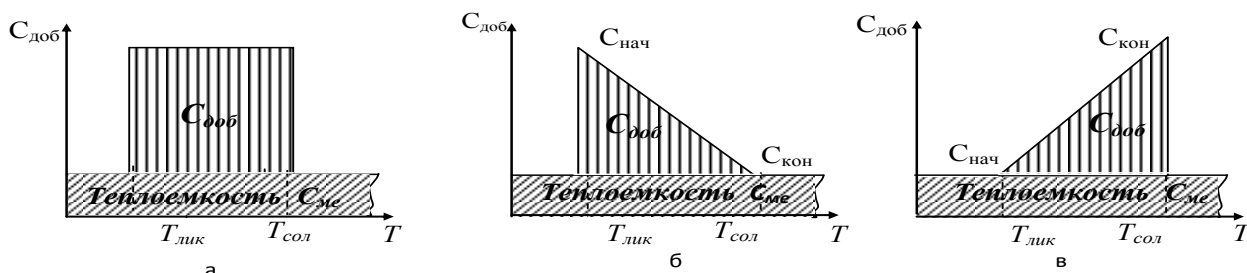
Применение значений эквивалентной теплоемкости в МКР осуществляется путем использования кусочно-непрерывной функции вида

$$\begin{cases} C_{эkv}^{ме} = C_{ме}; T_{ликв} \geq T; \\ C_{эkv}^{ме} = C_{ме} + C_{доб}^{ме}; T_{ликв} > T > T_{сол}; \\ C_{эkv}^{ме} = C_{ме}; T \leq T_{сол}, \end{cases} \quad (3)$$

где  $C_{эkv}^{ме}$  – удельная эквивалентная теплоемкость материала отливки, Дж/кг°C;

$C_{ме}$  – температурная зависимость удельной теплоемкости материала отливки, Дж/кг°C;

$C_{доб}^{ме}$  – добавочное значение теплоемкости, учитывающее тепловыделение в слое материала стенки отливки, Дж/кг°C.



Распределение теплоемкости  $C_{доб}$  в интервале температур солидуса и ликвидуса при затвердевании:

а – равномерное; б – уменьшающееся; в – возрастающее

При рассмотрении тепловыделения по виду рисунка *а*, функция добавочной теплоемкости будет иметь вид

$$\begin{cases} C_{эв}^{ме} = C_{ме}; T \geq T_{лик}; \\ C_{эв}^{ме} = C_{ме} + \frac{\omega_{крист}}{T_{лик} - T_{сол}}; T_{лик} > T > T_{сол}; \\ C_{эв}^{ме} = C_{ме}; T_{сол} \geq T, \end{cases} \quad (4)$$

где  $\omega_{крист}$  – удельная теплота, выделяемая при кристаллизации материала стенки отливки, Дж/кг;

$T_{ликв}$  – температура ликвидус, °С;

$T_{сол}$  – температура солидус, °С.

При тепловыделении по типу рисунка *б* уравнение изменения теплоемкости имеет вид

$$C_{доб}^{ме} = -kT + b, \quad (5)$$

где  $k$  и  $b$  – коэффициенты уравнения.

Для абсциссы  $T = T_{ликв}$ ,  $C_{нач} = 0$ , следовательно, уравнение в данной точке примет вид

$$-kT_{ликв} + b = 0, \quad (6)$$

откуда

$$b = kT_{ликв}. \quad (7)$$

Коэффициент  $k$  можно определить как

$$k = -\frac{C_{кон}}{T_{лик} - T_{сол}}. \quad (8)$$

Выделившаяся в процессе затвердевания теплота кристаллизации  $\omega$  численно равна площади под прямой и может быть найдена как

$$\omega = \int_{T_{сол}}^{T_{лик}} C_{доб}^{ме} dt = \frac{1}{2}(T_{лик} - T_{сол})C_{кон}, \quad (9)$$

откуда

$$C_{кон} = \frac{2\omega}{T_{лик} - T_{сол}}. \quad (10)$$

Подставив выражение (7), (8) в (5), получим уравнение добавочной теплоемкости

$$C_{доб}^{ме} = \frac{2\omega(T_{лик} - T_{сол})}{(T_{лик} - T_{сол})^2}. \quad (11)$$

Тогда кусочно-непрерывная функция для тепловыделения по типу *б* будет выглядеть как

$$\begin{cases} C_{эв}^{ме} = C_{ме}; T \geq T_{лик}; \\ C_{эв}^{ме} = C_{ме} + \frac{2\omega_{крист}(T_{лик} - T)}{(T_{лик} - T_{сол})^2}; T_{лик} > T > T_{сол}; \\ C_{эв}^{ме} = C_{ме}; T_{сол} \geq T. \end{cases} \quad (12)$$

Аналогично функция добавочной теплоемкости при тепловыделении по типу *в* будет равна

$$\begin{cases} C_{эв}^{ме} = C_{ме}; T \geq T_{лик}; \\ C_{эв}^{ме} = C_{ме} + \frac{2\omega_{крист}(T - T_{сол})}{(T_{лик} - T_{сол})^2}; T_{лик} > T > T_{сол}; \\ C_{эв}^{ме} = C_{ме}; T_{сол} \geq T. \end{cases} \quad (13)$$

Рассмотрим применение функции добавочной теплоемкости (4), (12), (13) различных теплот кристаллизации на температурном промежутке  $T_{лик} - T_{сол}$ . расчет сведем в таблицу.

Результаты применения функции добавочной теплоемкости

Интервал температур $T_{лик} - T_{сол}$	Теплота кристаллизации $\omega_{крист}$ , кДж	$\omega^*$ , кДж	$\omega^{**}$ , кДж	$\omega^{***}$ , кДж	Среднее отклонение, %
1600-1400	80	80,4	80,4	80,4	0,0025
1200-1100	90	90,9	90,9	90,9	0,01
850-800	95	96,6	96,6	96,6	0,04
720-700	120	126	126	126	0,25
670-600	70	71	71	71	0,02
Среднее отклонение		0,06			

Примечание:  $\omega^*$  – выделение теплоты кристаллизации по типу рисунка *а*;

$\omega^{**}$  – выделение теплоты кристаллизации по типу рисунка *б*;

$\omega^{***}$  – выделение теплоты кристаллизации по типу рисунка *в*.

**Теория и технология металлургического производства**

Как видно из таблицы, среднее отклонение расчетных значений теплот кристаллизации от заданной не превышает 0,06%, следовательно, возможно использование функции кусочно-непрерывных функций (4), (12), (13) при расчете теплоты кристаллизации в численном решении задач теплопроводности.

#### Список литературы

1. Неуструев А.А., Неуструев А.А., Моисеев В.С. Теория формирования отливок и САПР литья // Литейное производство. 1992. №12. С. 9.
2. Савинов А.С. Расчет теплоемкости затвердевающей стенки отливки // Теория и технология металлургического производства: межрегион. сб. науч. тр. Магнитогорск: МГТУ им. Г.И. Носова, 2011. Вып. 11. С.130 – 133.
3. Савинов А.С., Тубольцева А.С., Дзюба В.П., Фролушкина К.А. Исследование физических свойств сухих песчано-глинистых литейных форм. Магнитогорск, 2012. Деп. В ВИНТИ 11. 03.2012, №81-В2012.
4. Расчет параметров прокатки на непрерывных широкополосных станах с помощью ЭВМ/ О.Г. Музалевский, В.М. Бурдин, В.И. Кирюхин и др.// Сталь. 1970. № 3. С. 246-250.
5. Снижение энергозатрат при прокатке полос/ А.Л. Остапенко, Ю.В. Коновалов, А.Е. Руднев, В.В. Кисиль. Киев: Техника, 1983. 224 с.

#### Сведения об авторах

**Постникова Алёна Сергеевна** – ст. преп. кафедры механики ФГБОУ ВО «МГТУ им. Г.И. Носова», Магнитогорск, Россия

---

#### INFORMATION ABOUT THE PAPER IN ENGLISH

---

#### DETERMINATION OF EQUIVALENT HEAT CAPACITY OF CASTING WALL FOR CALCULATION OF TEMPERATURE FIELD DURING SOLIDIFICATION

**Postnikova A.S.** – Assistant Professor of Department of Mechanics, Nosov Magnitogorsk State Technical University, Magnitogorsk, Russia

**Abstract.** *The calculation of the temperature field of solidifying walls of the casting is complicated by the necessity of considering the heat conduction equation of heat released during crystallization. One of the ways to solve this problem is to increase the heat capacity of the solidified material so that the heat released as a result of cooling was equal to the heat obtained during the crystallization of the casting wall. The application of equivalent heat capacity values in the finite difference method is carried out by using a piecewise continuous function. As a result of calculations piecewise continuous functions at which the average deviation of settlement values of heats of crystallization from the set does not exceed 0,06% are received, and it is possible to use them in the course of calculation of of crystallization heat in the numerical solution of thermal conductivity problems.*

**Keywords:** *casting, heat capacity, thermal conductivity, thermal field, system «casting-form»*

---

Ссылка на статью:

Постникова А.С. Определение эквивалентной теплоемкости стенки отливки для расчета температурного поля при затвердевании // Теория и технология металлургического производства. 2019. №3(30). С. 17-19.  
Postnikova A.S. Determination of equivalent heat capacity of casting wall for calculation of temperature field during solidification. *Teoria i tehnologija metallurgiceskogo proizvodstva*. [The theory and process engineering of metallurgical production]. 2019, vol. 29, no. 2, pp.17-19.