

# МЕТАЛЛОВЕДЕНИЕ И ТЕРМИЧЕСКАЯ ОБРАБОТКА МЕТАЛЛОВ И СПЛАВОВ

УДК 621.78

Савинов А.С., Харченко М.В., Ангольд К.В., Рудь К.И.

## ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ТЕРМОНАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО ОБЪЕКТА В ПРОЦЕССЕ ЕГО ТЕРМООБРАБОТКИ

**Аннотация.** В работе рассмотрено напряженное состояние цилиндрического объекта, который подвергается тепловому воздействию. Показана методика оценки напряженного состояния цилиндрического стержня, возникающего вследствие температурного перепада по его радиусу. На основании численного решения одномерной задачи теплопроводности для цилиндрического объекта разработано уравнение изменения относительной деформации, что позволяет рассчитать напряжения, возникающие в термдеформированном цилиндре. С использованием задачи Ламе - Гадолина определены радиальные и окружные напряжения. Рассмотрено сопротивление деформации стали 170ХНМ в различных температурных условиях, из которых следует, что при нагреве образца характер разрушения изменяется с хрупкого на пластичный. Показана проверка напряжений в объекте по различным гипотезам прочности. Полученный математический аппарат позволяет оценить прочность цилиндрического стержня при температурных перепадах по радиусу объекта.

**Ключевые слова:** термонапряженное состояние, цилиндрический объект, радиальные координаты, главные напряжения, гипотезы прочности, термическая обработка, критические напряжения.

Технологический этап термической обработки литой заготовки зачастую сопряжен с риском возникновения нарушения сплошности в теле отливки вследствие температурных перепадов по ее сечению. Риск возникновения критических напряжений может быть связан как с тепловым ударом в процессе закалки, так и с желанием технологов ускорить процесс термообработки, который занимает для некоторых видов крупногабаритных литых изделий значительное время [1, 2].

В настоящее время модели тепловых условий формирования литой заготовки значительно помогают технологам в процессе поиска оптимальных режимов термообработки для исключения брака по трещинам в средне- и высокотемпературных областях ее режимов [3, 4].

Рассмотрим напряженное состояние цилиндрического объекта (в частном случае прокатного вала), подвергающегося тепловому воздействию в процессе термообработки. В общем случае напряжения в элементарном объеме такого тела представлены на рис.1.

При этом в теле образуются радиальные  $\sigma_r$ , окружные  $\sigma_o$ , продольные  $\sigma_n$  и касательные  $\tau$  напряжения, возникающие вследствие неравномерного температурного поля, по радиусу цилиндра.

Для определения теплового поля цилиндрического объекта рассматривается нестационарный перенос тепла, описанный уравнением Фурье-Кирхгофа [5, 6], устанавливающим

связь между температурой и временем в любой точке пространства:

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) + Q(x, y, z, t, T),$$

где  $\rho$  – плотность тела, кг/м<sup>3</sup>;

$c$  – удельная теплоемкость, Дж/кг·°C;

$T$  – температура, °C;

$\lambda$  – теплопроводность, Вт/м·°C;

$Q(x, y, z, t, T)$  – мощность внутренних источников тепла, Вт.

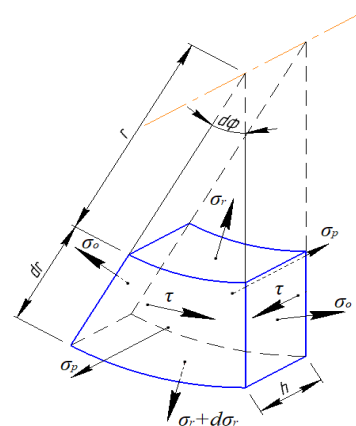


Рис. 1. Схема напряженного состояния при нагреве цилиндра

Рассмотрим решение линейной одномерной задачи теплопроводности применительно к отливкам, имеющим геометрию тел вращения. Схема к поставленной задаче отображена на рис. 2 [6].

Постановка данной задачи в математическом

выражении на основании уравнения (1) будет иметь следующий вид:

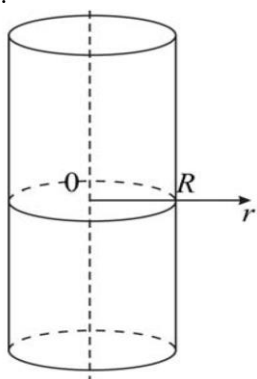


Рис. 2. Геометрия задачи

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right), \quad 0 < r < R. \quad (2)$$

где  $r$  – радиальная координата, м;  
 $R$  – радиус тела вращения, м.

Для решения данного уравнения методом конечных разностей требуется создание пространственно- временной сетки.

Пространственная сетка [6] (рис. 3)

$$\begin{cases} r_i = (i-1)h, & i = 1, \dots, N, \\ r_1 = 0, \dots, r_N = R, \\ h = \frac{R}{N-1}. \end{cases} \quad (3)$$

Временная сетка [6]

$$\begin{cases} t_n = n\tau, & n = 0, 1, \dots, M; \\ t_0 = 0, \dots, t_M = t_{\text{конечное}}. \end{cases} \quad (4)$$

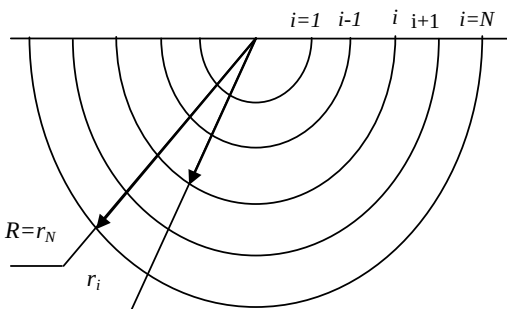


Рис. 3. Пространственная сетка к задаче термонапряженного состояния цилиндрического объекта

Заменив дифференциальные параметры выражения (2) разностными аналогами, получим следующее уравнение:

$$\rho c \frac{T_i^{n+1} - T_i^n}{\tau} = \frac{\lambda}{r_i h^2} \left( r_{i+\frac{1}{2}} T_{i+1}^{n+1} - \left[ r_{i-\frac{1}{2}} + r_{i+\frac{1}{2}} \right] T_i^{n+1} + r_{i-\frac{1}{2}} T_{i-1}^{n+1} \right), \quad i = 2, \dots, N-1, \quad n = 0, 1, \dots, M. \quad (5)$$

Полученная система сводится к следующему виду:

$$A_i T_{i+1}^{n+1} - B_i T_i^{n+1} + C_i T_{i-1}^{n+1} = F_i, \quad (6)$$

где

$$\begin{cases} A_i = \frac{\lambda r_{i+\frac{1}{2}}}{h^2 r_i}; \\ B_i = \frac{\lambda \left[ r_{i-\frac{1}{2}} - r_{i+\frac{1}{2}} \right]}{h^2 r_i} + \frac{\rho c}{\tau}; \\ C_i = \frac{\lambda r_{i-\frac{1}{2}}}{h^2 r_i}; \\ F_i = -\frac{\rho c}{\tau} T_i^n. \end{cases} \quad (7)$$

В случае если отливка выполнена в виде сплошного цилиндра, а теплофизические свойства материала по всему периметру считаем одинаковыми, то для определения теплового поля рассматривается симметричная задача (прогнозируя температуру только в половине отливки). Для такого случая из условия симметрии определяют  $\alpha_1=1, \beta_1=0$  [6].

Таким образом, выражения (1) – (7) позволяют определять тепловое поле отливок цилиндрической конфигурации.

Определив температурное поле по радиусу цилиндра, возможно нахождение продольных температурных деформаций  $\epsilon_{i=r}^{\text{общ}}$  путем алгебраического сложения деформаций растяжения и сжатия [7]

$$\varepsilon_{i=f}^{общ} = \varepsilon_{i=f}^{раст} - \varepsilon_{i=f}^{сж}, \quad (8)$$

где  $i=f$  граница в которой определяется деформация.

При этом деформация растяжения будет найдена как

$$\varepsilon_{i=f}^{раст} = \Delta T^P \alpha \left( 1 - \frac{\sum_{\substack{i=1, \\ T_i < T_f; f \neq i}}^N E_i(t)(2i-3) \left( 1 + \frac{T_f - T_i}{T_{\max} - T_f} \right)}{\sum_{\substack{i=1, \\ T_i \geq T_f; f \neq i}}^N E_i(t)(2i-3) \left( \frac{T_i - T_f}{T_{\max} - T_f} \right) + \sum_{\substack{i=1, \\ T_i < T_f; f \neq i}}^N E_i(t)(2i-3) \left( 1 + \frac{T_f - T_i}{T_{\max} - T_f} \right)} \right), \quad (9)$$

где  $\Delta T^P = T_{\max} - T_{i=f}$  – разность между максимальной температурой цилиндра (температурой центра при охлаждении) и температурой исследуемой границы слоя  $i=f$ , °C ;

$E_i(t)$  – температурная зависимость модуля продольной упругости  $i$ -й границы слоя, МПа;

$\alpha$  – коэффициент температурного расширения, °C<sup>-1</sup>.

А деформация сжатия

$$\varepsilon_{i=f}^{сж} = \Delta T^{сж} \alpha \left( \frac{\sum_{\substack{i=1, \\ T_i \leq T_f; f \neq i}}^N E_i(t)(2i-3) \left( \frac{T_f - T_i}{T_f - T_{\min}} \right)}{\sum_{\substack{i=1, \\ T_i > T_f; f \neq i}}^N E_i(t)(2i-3) \left( 1 + \frac{T_i - T_f}{T_f - T_{\min}} \right) + \sum_{\substack{i=1, \\ T_i \leq T_f; f \neq i}}^N E_i(t)(2i-3) \left( \frac{T_f - T_i}{T_f - T_{\min}} \right)} \right), \quad (10)$$

где  $\Delta T^{сж} = T_f - T_{\min}$  – разность между температурой исследуемой границы слоя  $i=f$  и минимальной температурой  $i$ -го слоя цилиндра, °C .

Возникающие вследствие продольных деформаций напряжения  $\sigma_n$  и  $\tau$  могут быть получены с использованием формул [8-10]:

$$\sigma_{ni} = E(t) \frac{\varepsilon_i + \varepsilon_{i+1}}{2}; \quad (11)$$

$$\tau = \frac{E(t)}{2(1+\mu)} \operatorname{arctg} \left| \frac{\varepsilon_i - \varepsilon_{i+1}}{2} \right|, \quad (12)$$

где  $\mu$  – коэффициент Пуассона.

Значения радиальных и окружных напряжений можно рассчитать, используя задачу Ламе - Гадолина [11]. Определив температурное поле по радиусу цилиндра, было получено уравнение давлений в границах исследуемого объекта [12, 13].

$$-P_{i-1}C + P_i(A+D) - P_{i+1}B = \frac{\delta E}{r_{i-1}}; \quad (13)$$

$$A = \frac{r_{i+1}^2 + r_i^2}{r_{i+1}^2 - r_i^2}; \quad (14)$$

$$B = \frac{2r_{i+1}^2}{r_{i+1}^2 - r_i^2}; \quad (15)$$

$$C = \frac{2r_{i-1}^2}{r_i^2 - r_{i-1}^2}; \quad (16)$$

$$D = \frac{r_i^2 + r_{i-1}^2}{r_i^2 - r_{i-1}^2}; \quad (17)$$

$$\delta = \frac{\alpha r_i (T_{i-1} - T_{i+1})}{2}, \quad (18)$$

где  $P_i$  – давление в  $i$ -й границе, МПа.

Определив по выражениям (13) – (18) давление на границах  $i=2...N-1$ , используя функции Ламе, рассчитали радиальные и окружные напряжения:

$$\sigma_r = \frac{-1}{r_{i+1}^2 - r_i^2} \left[ P_{i+1} r_{i+1}^2 \left( 1 + \frac{r_i^2}{r_{i+1}^2} \right) + P_i r_i^2 \left( \frac{r_{i+1}^2}{r_i^2} - 1 \right) \right]; \quad (19)$$

$$\sigma_o = \frac{1}{r_{i+1}^2 - r_i^2} \left[ P_{i+1} r_{i+1}^2 \left( 1 + \frac{r_i^2}{r_{i+1}^2} \right) - P_i r_i^2 \left( \frac{r_{i+1}^2}{r_i^2} - 1 \right) \right]. \quad (20)$$

Для оценки напряженного состояния, определив по выражениям (11), (12), (19), (20) напряжения  $\sigma_r$ ,  $\sigma_{oi}$ ,  $\sigma_{ni}$  и  $\tau$ , рассматриваемый на рис. 4 элементарный объем развернем относительно направления  $\sigma_r$  на угол  $\gamma$  так, чтобы исключить действия касательных напряжений.

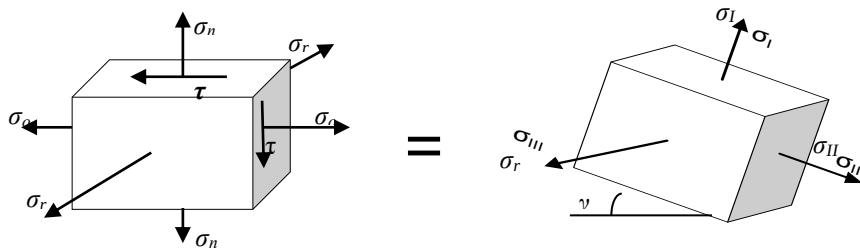


Рис. 4. Схема к расчету напряженного состояния в точке

Тогда напряжения на элементарных площадках после разворота будут определены как [14]:

$$\sigma_I = \frac{1}{2} \left[ (\sigma_n - \sigma_o) + \sqrt{(\sigma_n - \sigma_o)^2 + 4\tau^2} \right]; \quad (21)$$

$$\sigma_{II} = \frac{1}{2} \left[ (\sigma_n - \sigma_o) - \sqrt{(\sigma_n - \sigma_o)^2 + 4\tau^2} \right], \quad (22)$$

учитывая условия записи главных напряжений  $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$  [14].

Полученным напряжениям  $\sigma_r$ ,  $\sigma_o$ ,  $\sigma_m$  присвоим соответствующие значения:

$$\sigma_1 = \{\max(\sigma_r; \sigma_I; \sigma_{II})\}; \quad (23)$$

$$\sigma_3 = \{\min(\sigma_r; \sigma_I; \sigma_{II})\}. \quad (24)$$

$\sigma_2$  может быть найдено как

$$\sigma_2 = \sigma_I + \sigma_{II} + \sigma_r - \sigma_1 - \sigma_3. \quad (25)$$

Полученные выражения были использованы для определения напряженного состояния валков из

стали 170ХНМ в процессе их термической обработки. Анализ сопротивления деформации в различных температурных условиях показал (рис.5), что в процессе нагрева характер разрушения может меняться с хрупкого на пластичный. Так, на рис. 5, а, б при температуре 50°C мы видим хрупкое разрушение образца (отсутствие шейки, зона упрочнения отсутствует вплоть до разрушения).

Между тем при 800°C на рис. 5, в четко видна зона пластической деформации, а также шейка на разорванном образце (рис.5, г). Как следствие, данный материал при расчете по критическим напряжениям в различных температурных зонах следует проверить по различным гипотезам прочности.

В зоне низких и средних температур - по II гипотезе:

$$\sigma_{экв}^{II} = \sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3) \leq [\sigma],$$

где  $\sigma_{экв}^{II}$  - эквивалентное напряжение по II гипотезе прочности, МПа;

$[\sigma]$  - допускаемое напряжение, МПа.

При пластических деформациях в зоне высоких температур – по IV гипотезе прочности, используя формулу Мизеса-Генки:

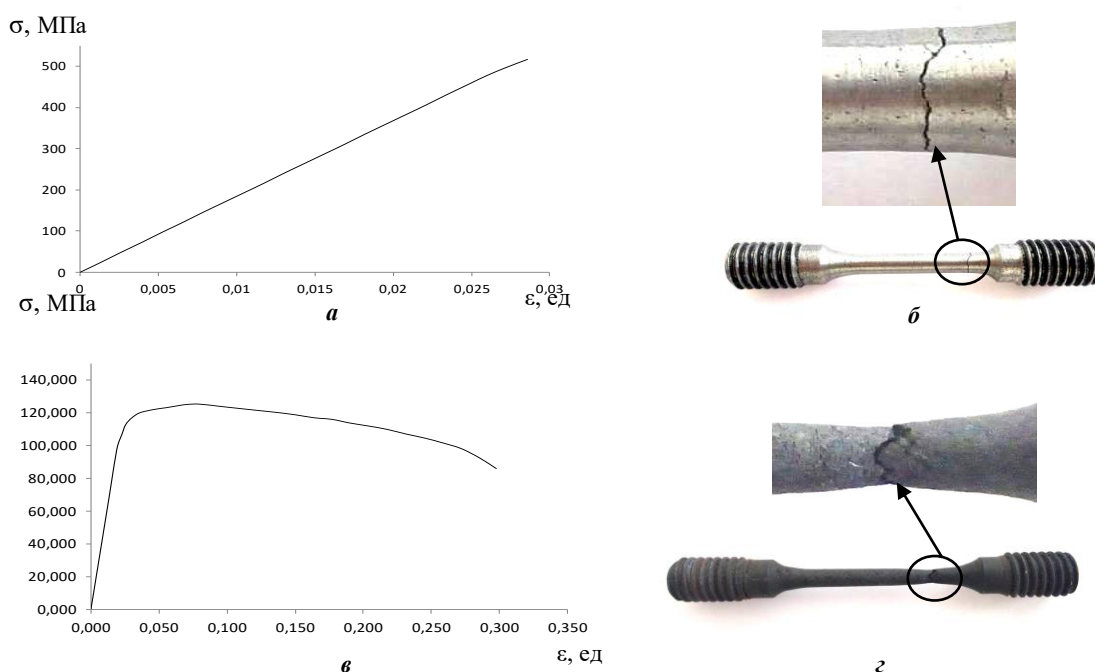


Рис.5. Сопротивление деформации стали 170XNM и образцы на разрыв после испытаний при температурах: а, б – 20 °С; в, г – 800 °С

$$\sigma_{\text{экв}}^{IV} = \sqrt{\frac{1}{2}((\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2)} \leq [\sigma],$$

где  $\sigma_{\text{экв}}^{IV}$  - эквивалентное напряжение по IV гипотезе прочности, МПа.

Таким образом, разработанный математический аппарат позволяет, при использовании условий однозначности для материалов различных валков, прогнозировать

критические напряжения, возникающие вследствие теплового взаимодействия литой заготовки с окружающей средой при термической обработке изделия. Полученное решение направлено на снижение вероятности образования дефекта сплошности в теле отливки и может быть использовано для определения рационального времени режима термообработки валков различного химического состава.

#### Список литературы

1. Вдовин К.Н., Савинов А.С., Феоктистов Н.А. Прогнозирование трещиностойкости крупных стальных отливок // Литейное производство. 2014. № 12. С. 8 - 10.
2. Вдовин К.Н., Савинов А.С., Феоктистов Н.А. Технологические особенности производства крупного стального литья Магнитогорск: Изд-во Магнитогорск. гос. техн. ун-та им. Г.И. Носова, 2015. 195 с.
3. STRESSED STATE OF SHAPED CASTING CAUSED BY HINDERED CONTRACTION/ V.M. Kolokol'tsev, A.S. Savinov, A.S. Tubol'tseva, Stressed state of the shaped casting under the impact of hindered contraction, Solid State Phenomena, v. 265, pp. 1092-1098, 2017.
4. Quantitative evaluation of the effect of technological factors on origination of hot cracks in «track link» casting/ [CIS Iron and Steel Review](#). 2017, pp. 14-18.
5. Лыков А.В. Теория теплопроводности М.: Высш. шк., 1967. 600 с.
6. Кузнецов Г.В., М.А. Шерemet Разностные методы решения задач теплопроводности/. Томск: Изд-во ТПУ, 2007. 172 с.
7. Колокольцев В.М., Савинов А.С., Андреев С.М., Ангольд К.В. Расчет термонапряженного состояния на примере нагрева стального цилиндрического объекта// Вестник 2019 №1. С. 37- 45.
8. Колокольцев В.М., Савинов А.С., Ибрагимов Ф.Г. Идентификация термических напряжений при температурном градиенте в

9. плоской стенке отливки// Сталь. 2014. №4. С. 21-24.
10. Инновационные металлические материалы: монография/[Аксенова К.В.](#), [Барков Л.А.](#), [Барышников М.П.](#) и др. Магнитогорск: Изд-во Магнитогорск. гос. техн. ун-та им. Г.И.Носова 2016. 371 с.
11. Савинов А.С., Дьяченко Д.Я., Фролушкина К.А. //Расчет температурных деформаций при охлаждении пластины/ // Механическое оборудование металлургических заводов: междунар. сб. науч. трудов. Магнитогорск: ФГБОУ ВПО «МГТУ», 2012. С. 177 - 180.
12. Дарков А.В., Шпиро Г.С. Сопротивление материалов. М.: Высш. шк., 1975. 654 с.
13. Savinov A.S. Strength of castings with cavity formation by a cylindrical rod / [Steel in Translation](#). 2016, vol. 46, [iss. 1](#), pp. 29–32.
14. Савинов А.С. Определение контактного давления при силовом взаимодействии отливки со стержнем // Литейщик России. 2015. №6. С. 21- 24.
15. Дарков А.В., Г.С. Шпиро Сопротивление материалов./ М.: Высш. шк., 1975. 654 с.

#### Сведения об авторах

**Савинов Александр Сергеевич** - д-р техн. наук, доцент, директор института металлургии, машиностроения и материалобработки, Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова, Магнитогорск, Россия. E-mail: [savinov\\_nis@mail.ru](mailto:savinov_nis@mail.ru)

**Харченко Максим Викторович** – канд. техн. наук, доцент, Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова, Магнитогорск, Россия. E-mail: [kharchenko.mv@bk.ru](mailto:kharchenko.mv@bk.ru)

**Ангольд Каролина Владимировна** – студент, Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова. Магнитогорск, Россия. E-mail: [angoldk@bk.ru](mailto:angoldk@bk.ru).

**Рудь Ксения Игоревна** – студент, Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова. Магнитогорск, Россия. E-mail: [koks1690@mail.ru](mailto:koks1690@mail.ru)

#### INFORMATION ABOUT THE PAPER IN ENGLISH

#### PREDICTION OF THERMAL-STRESSED STATE OF CYLINDRICAL OBJECT DURING HEAT TREATMENT

**Savinov Aleksand Sergeevich** - D.Sc. (Eng.), Associate Professor, Director of Metallurgy, Mechanical Engineering and Materials Processing Institute, Nosov Magnitogorsk State Technical University, Magnitogorsk, Russia. E-mail: [savinov\\_nis@mail.ru](mailto:savinov_nis@mail.ru)

**Kharchenko Maxim Viktorovich** - Ph. D. (Eng.), Associate Professor, Nosov Magnitogorsk State Technical University, Magnitogorsk, Russia. E-mail: [kharchenko.mv@bk.ru](mailto:kharchenko.mv@bk.ru)

**Angold Karolina Vladimirovna** – Student, Nosov Magnitogorsk State Technical University, Magnitogorsk, Russia. E-mail: [angoldk@bk.ru](mailto:angoldk@bk.ru).

**Rud Ksenia Igorevna** – Student, Nosov Magnitogorsk State Technical University, Magnitogorsk, Russia. E-mail: [koks1690@mail.ru](mailto:koks1690@mail.ru).

**Abstract.** The stress state of a cylindrical object that is exposed to heat is represented in the work. The method of estimating the stress state of a cylindrical rod arising due to a temperature difference along its radius is shown. Based on the numerical solution of the one-dimensional heat conduction problem for a cylindrical object, the equation for the change in relative deformation, which makes it possible to calculate the stresses arising in a thermally deformed cylinder, has been developed. Using the Lamé – Gädolin problem, the radial and circumferential stresses are determined. The deformation resistance of steel 170XHM in various temperature conditions, from which it follows that when the sample is heated, the nature of the fracture changes from brittle to plastic, is considered. The verification of stresses in an object according to various strength hypotheses is shown. The obtained mathematical apparatus allows to estimate the strength of a cylindrical rod at temperature differences along the radius of the object.

**Keywords:** thermal stress state, cylindrical object, radial coordinates, main stresses, strength hypotheses, heat treatment, critical stresses.

Ссылка на статью:

Савинов А.С., Харченко М.В., Ангольд К.В., Рудь К.И. Прогнозирование термонапряженного состояния цилиндрического объекта в процессе его термообработки // Теория и технология металлургического производства. 2019. №2(29). С. 4-9.

Savinov A.S., Kharchenko M.V., Angold K.V., Rud K.I. Prediction of thermal-stressed state of cylindrical object during heat treatment [The theory and process engineering of metallurgical production]. 2019, vol. 29, no. 2, pp.4-9.